

**INSTITUT SENEGALAIS
EN RECHERCHE AGRONOMIQUE
URA II - PROJET PETITS RUMINANTS
BP 2057
DAKAR-HANN
SENEGAL**

**CIRAD-EMVT
Campus International de Baillarguet
BP 5035
34032 MONTPELLIER Cedex 1
FRANCE**

RAPPORT DE MISSION A L'ISRA (PROJET PPR) AU SENEGAL

du 15/11/1998 au 15/01/1999

Par Matthieu LESNOFF

Rapport CIRA-EMVT N°99-007

Mars 1999



CIRAD-EMVT
Département d'Elevage et de
Médecine Vétérinaire
BP 5035
34032 Montpellier Cedex 1
FRANCE

REÇU LE

- 1 AVR. 1999

CIRAD-MIPA

RAPPORT DE MISSION A L'ISRA (PROJET PPR) AU SENEGAL

du 15/11/1998 au 15/01/1999

Par Matthieu LESNOFF

Rapport CIRA-EMVT N°99-007

Mars 1999



CIRAD-EMVT
Département d'Elevage et de
Médecine Vétérinaire
BP 5035
34032 Montpellier Cedex 1
FRANCE

© CIRAD-EMVT 1999

Tous droits de traduction, de reproduction par tous procédés, de diffusion et de cession réservés pour tous pays.

AUTEUR(S) : Matthieu LESNOFF

ACCES AU DOCUMENT :

- au service de documentation du
CIRAD (bibliothèque de Baillarguet)

ORGANISME AUTEUR : CIRAD-EMVT

ACCES A LA REFERENCE DU DOCUMENT :

Libre

ETUDE FINANCEE PAR : CIRAD-EMVT

REFERENCE : Ordre de mission n°3006-98 395

AU PROFIT DE : ISRA - SENEGAL

TITRE : RAPPORT DE MISSION À L'ISRA (PROJET PPR) AU SÉNÉGAL DU 15/11/98 AU 18/01/99
Rapport Cirad-Emvt n° 99-007

TYPE D'APPROCHE : Mission d'appui et d'expertise

DATE ET LIEU DE PUBLICATION : Mars 1999, Montpellier, France

PAYS OU REGIONS CONCERNES : Sénégal

MOTS CLES : Petits ruminants - Démographie - Productivité - Courbes de croissances.

RESUME :

Cette mission avait pour buts :

- 1- de tester l'effet de la complémentation sur la productivité numérique des troupeaux ovins dans la zone de Louga,
- 2- d'effectuer un travail méthodologique sur la comparaison statistique courbes de croissance, et
- 3- de tester l'effet et la rentabilité d'une action de vermifugation sur les troupeaux ovins de la zone de Kolda.

SOMMAIRE

Remerciements	1
1- Calendrier de mission	2
2- Synthèse de la mission	2
3- Description des plans d'intervention sanitaire réalisés au cours du suivi PPR dans les zones de Kolda et Louga	2
Etude de coût-bénéfices d'une action vétérinaire préventive sur les petits ruminants au Sénégal : une approche avec modèle matriciel périodique (projet d'article)	1
1- Introduction	1
2- Le modèle dynamique	2
3- Application	5
4- Conclusion	13
5- Annexes (version anglaise)	14
Références	17
Appendices au projet d'article : "Etude de coût-bénéfice...."	1
1- Modèle dynamique et productivité d'une population : remarques	1
2- Estimation des paramètres démographiques : détail des résultats cités dans l'article	5
3- Données groupées et interférences entre risques compétitifs	9
Références	14

Remerciements

je remercie très vivement Monsieur Arona Gueye (Laboratoire National d'Elevage et de Recherche Vétérinaire de l'ISRA) pour l'accueil chaleureux que j'ai pu recevoir au cours de cette mission. J'exprime tous mes remerciements à Renaud Lancelot (CIRAD EMVT) pour son aide et sa collaboration fructueuse dans le travail que nous avons pu réalisé.

1 Calendrier de mission

- 15/11/98 : Arrivée à Dakar.
- 16/11/98 - 13/01/98 : Mise en forme et traitement des données, rédaction des rapports techniques. Séances de travail avec Christian Corniaux, Eric Cardinal et Alexandre Ickowickz.
- 14/11/98 : Compte-rendu de mission (exposé au LNERV des principaux résultats obtenus au cours de la mission).
- 15/01/98 : Retour à Montpellier.

2 Synthèse de la mission

Au cours de ma mission, nous nous sommes concentrés sur 3 axes de travail :

- Test de l'effet de la complémentation en milieu réel sur la productivité numérique des ovins dans la zone de Louga (en collaboration avec Charles-Henri Moulin, ENSA Montpellier, Chaire de zootechnie).
- Travail méthodologique sur la comparaison statistique des courbes de croissance. Application au test de l'effet complémentation sur la croissance des ovins dans la zone de Louga (utilisation des logiciels Splus et Sas).
- Définition d'un indice de productivité adapté aux petits ruminants. Application au test de l'effet de la vermifugation et de sa rentabilité sur les ovins de la zone de Kolda (en collaboration avec Emmanuel Tillard, CIRAD EMVT, Ile de la Réunion).

Les rapports techniques concernant les 2 premiers axes ont déjà été diffusés indépendamment de ce rapport de mission par Renaud Lancelot. Les méthodes, résultats et discussions relatifs au troisième axe sont décrits dans ce rapport (voir "Projet d'article" et "Appendices").

3 Description des plans d'intervention sanitaire réalisés au cours du suivi PPR dans les zones de Kolda et Louga

En début de mission, plusieurs jours ont été consacrés à la "mise à plat" des plans d'intervention sanitaire (vaccination et vermifugation) ayant eu lieu au cours du suivi PPR. Ceux-ci sont brièvement décrits ci-dessous pour les zones de Kolda et Louga (voir *Tableau 1* et *Tableau 2*). Les traitements prophylactiques ont été appliqués par exercice agricole : période s'étendant du 1er juillet d'une année donnée au 30 juin de l'année suivante. Dans ce rapport, le terme "année"

désigne l'exercice agricole. Les vaccins ayant été utilisés sont : Tissupest (tis) et Pasteurellad (pas), et les vermifuges : Panacur (pan), Exhelm II (exh), et Ivomectine (ivo).

Lors des années 1984 à 1988, les actions prophylactiques ont été réalisées à l'échelle du village (tous les troupeaux suivis dans un même village ont reçu les mêmes traitements). Quatre groupes de troupeaux peuvent donc être distingués durant cette période : (1) non vaccinés et non vermifugés, (2) non vaccinés et vermifugés, (3) vaccinés et non vermifugés, (4) vaccinés et vermifugés.

A partir de l'année 1989, les animaux ont tous été vaccinés. Lors des années 1989 et 1990, les troupeaux se différencient donc en troupeaux non vermifugés (1 et 3) et vermifugés (2 et 4). En remarque, la vermifugation réalisée en année 1990 (Exhelm et Ivomectine en décembre) est considérée comme une vermifugation "à blanc".

Lors de l'année 1991, tous les animaux ont été vaccinés (même vaccination qu'en année 1990). Le test prophylactique a concerné uniquement l'effet de l'ivomectine (mais avec une administration d'Exhelm en novembre). Le protocole de vermifugation a été modifié : les vermifugations ont été réalisées à l'échelle du troupeau (des troupeaux témoins et des troupeaux vermifugés ont été choisis dans chaque village suivi). Par ailleurs, parmi les troupeaux vermifugés, 2 lots d'animaux ont été différenciés relativement au nombre d'injections d'Ivomectine : 2 injections (boucles auriculaires impaires), 2 injections + 1 injection supplémentaire en avril 92 (boucles auriculaires paires).

Lors des années 1992 et postérieures, tous les animaux ont été vaccinés (tis1-pas1) mais aucune action de vermifugation collective n'a eu lieu.

Tableau 1 : Calendrier des actions prophylactiques pour les troupeaux ovins dans les zones de Kolda et Louga (attention : ici, le calendrier est représenté par année calendaire).

1984	Kolda		Louga	
	Vaccination	Vermifugation	Vaccination	Vermifugation
janvier				
février				
mars				
avril			pas	
mai				
juin		pan		pan
juillet	pas			
août				
septembre	tis			
octobre				
novembre		pan		pan
décembre	pas			
1985	Kolda		Louga	
	Vaccination	Vermifugation	Vaccination	Vermifugation
janvier				
février	tis			
mars				
avril	pas		pas	
mai				
juin		pan		pan
juillet				
août				
septembre				
octobre	pas		pas	
novembre		pan		pan
décembre				

1986	Kolda		Louga	
	Vaccination	Vermifugation	Vaccination	Vermifugation
janvier				
février				
mars	pas		pas	
avril				
mai				
juin		exh		
juillet				exh
août		exh		
septembre	pas		pas	exh
octobre		exh		
novembre				
décembre				
1987	Kolda		Louga	
	Vaccination	Vermifugation	Vaccination	Vermifugation
janvier				
février				
mars	pas		pas	
avril				
mai				
juin		exh		
juillet				
août		exh		exh
septembre	pas		pas	exh
octobre		exh		
novembre				
décembre				
1988	Kolda		Louga	
	Vaccination	Vermifugation	Vaccination	Vermifugation
janvier				
février				
mars	pas		pas	
avril				
mai				
juin				
juillet				
août	tis		tis	
septembre	pas		pas	
octobre		exh		exh
novembre				
décembre				

1989	Kolda		Louga	
	Vaccination	Vermifugation	Vaccination	Vermifugation
janvier				
février	pas		pas	
mars				
avril				
mai				
juin				
juillet				
août	tis , pas		tis , pas	
septembre				
octobre				
novembre		exh		exh
décembre				
1990	Kolda		Louga	
	Vaccination	Vermifugation	Vaccination	Vermifugation
janvier				
février	pas		pas	
mars				
avril				
mai				
juin				
juillet				
août	tis , pas		tis , pas	
septembre				
octobre				
novembre				
décembre		exh , ivo		exh , ivo
1991	Kolda		Louga	
	Vaccination	Vermifugation	Vaccination	Vermifugation
janvier				
février				
mars				
avril				
mai				
juin				
juillet		ivo		
août	tis , pas	ivo		ivo
septembre				
octobre				
novembre		exh	tis , pas	exh
décembre				

Tableau 2 : Actions prophylactiques par année (exercice agricole) et par groupe de troupeau ovin dans les zones de Kolda et Louga.

Kolda				
Groupe				
Année	1	2	3	4
1984	ctrl / ctrl	ctrl / pan2	tis2-pas3 / ctrl	tis2-pas3 / pan2
1985	ctrl / ctrl	ctrl / pan2	pas2 / ctrl	pas2 / pan2
1986	ctrl / ctrl	ctrl / exh3	pas2 / ctrl	pas2 / exh3
1987	ctrl / ctrl	ctrl / exh3	pas2 / ctrl	pas2 / exh3
1988	ctrl / ctrl	ctrl / exh1	tis1-pas2 / ctrl	tis1-pas2 / exh1
1989	tis1-pas2 / ctrl	tis1-pas2 / exh1	tis1-pas2 / ctrl	tis1-pas2 / exh1
1990	tis1-pas1 / ctrl	tis1-pas1 / exh1-ivo1	tis1-pas1 / ctrl	tis1-pas1 / exh1-ivo1
Louga				
Groupe				
Année	1	2	3	4
1984	ctrl / ctrl	ctrl / pan2	pas2 / ctrl	pas2 / pan2
1985	ctrl / ctrl	ctrl / pan2	pas2 / ctrl	pas2 / pan2
1986	ctrl / ctrl	ctrl / exh2	pas2 / ctrl	pas2 / exh2
1987	ctrl / ctrl	ctrl / exh2	pas2 / ctrl	pas2 / exh2
1988	ctrl / ctrl	ctrl / exh1	tis1-pas2 / ctrl	tis1-pas2 / exh1
1989	tis1-pas2 / ctrl	tis1-pas2 / exh1	tis1-pas2 / ctrl	tis1-pas2 / exh1
1990	tis1-pas1 / ctrl	tis1-pas1 / exh1-ivo1	tis1-pas1 / ctrl	tis1-pas1 / exh1-ivo1

Etude de coût-bénéfices d'une action vétérinaire préventive sur les petits ruminants au Sénégal : une approche avec un modèle matriciel périodique (Projet d'article)

M. Lesnoff, R. Lancelot, E. Tillard
CIRAD EMVT, Programme Productions Animales

1 Introduction

L'évaluation de l'impact économique des pathologies et de leur prophylaxie est un problème crucial en épidémiologie et économie vétérinaire tropicales. Cette évaluation s'appuie le plus souvent sur la comparaison de la productivité d'une population traitée et celle d'une population témoin non traitée. Le problème de mesure de productivité d'une population animale tropicale élevée en milieu extensif a été l'objet de nombreux travaux méthodologiques et d'applications (voir par exemple [29], [6] et [5]). Lorsque des données démographiques par classe d'âge sont disponibles, Upton souligne l'intérêt des modèles matriciels de Leslie [20] qui permettent de comparer sur une base commune la productivité de différents groupes d'animaux. Ces modèles sont souvent construits sur une base de temps annuelle, avec une matrice de projection qui ne représente pas la dynamique intra-annuelle de la population. Les petits ruminants présentent un cycle de production de durée inférieure à l'année et les fluctuations démographiques saisonnières sont une caractéristique importante de leur dynamique [10]. Ces fluctuations sont générées par la variabilité des paramètres démographiques naturels et par de fréquentes entrées et sorties d'animaux des troupeaux au cours de l'année (achats, abattages, ventes, confiages, etc). Pour ces populations, les modèles à pas de temps annuel sont peu adaptés et mettent en jeu des paramètres dont l'interprétation est difficile. En outre, ils ne permettent pas d'utiliser toute l'information disponible obtenue d'après des enquêtes longitudinales effectuées à l'échelle individuelle.

Nous proposons dans cette étude une méthode de calcul de la productivité animale prenant en compte les fluctuations démographiques saisonnières. Nous

adaptons et développons le principe du calcul de la productivité d'une population animale dont la dynamique est représentée par un modèle de Leslie périodique déterministe. Nous illustrons cette présentation par l'étude de rentabilité du traitement prophylactique d'une population d'ovins au Sénégal dont les résultats ont été partiellement publiés par ailleurs ([26],[13]).

2 Le modèle dynamique

2.1 Le modèle matriciel annuel

La dynamique d'une population exploitée peut être représentée par l'équation récurrente suivante (voir [15] pour revue) :

$$x(t + 1 \text{ an}) = Gx(t) - z(t + 1 \text{ an})$$

où G est une matrice de projection contenant les paramètres démographiques naturels (i.e. les taux de fécondité et de mortalité naturelles de la population), $x(t)$ le vecteur représentant le nombre d'animaux par classe d'âge présents au temps t , et $z(t + 1 \text{ an})$ le vecteur représentant les effectifs par classe d'âge des animaux exploités au temps $t + 1 \text{ an}$. Dans le domaine de l'élevage, ce modèle est utilisé pour comparer la productivité de différents systèmes d'élevage ou l'efficacité de différentes actions sanitaires [29]. Le principe est de fixer une structure d'âges x , puis de calculer le vecteur z des exploitations nettes (une composante négative de z correspond à une importation d'animaux) assurant une situation d'équilibre pour la population considérée :

$$z = (G - I)x$$

La somme des composantes de z est appelée nombre net d'animaux exploités à l'équilibre. Si x est le même pour toutes les populations, ce nombre peut être considéré comme un indice de productivité permettant de comparer les populations (dans une situation d'équilibre) à structure d'âges égale. L'hypothèse d'équilibre n'est pas considérée ici comme un objectif des éleveurs, mais comme une base de référence servant à la comparaison des différentes populations. Dans les 2 paragraphes suivants, nous étendons ce principe au cas où la dynamique intra-annuelle est explicitement représentée.

Un autre indice de productivité peut être obtenu en calculant le vecteur x qui maximise le nombre net d'animaux exploités à l'équilibre. Ce nombre correspond au concept de production durable maximale (maximum sustainable yield ou MSY) [15]. Cependant, la levée de contrainte sur x génère des structures d'exploitation par classes d'âge pouvant être incohérentes avec celles observées chez les éleveurs traditionnels ([8] pour le modèle matricielle linéaire). Ces méthodes d'optimisation ne seront pas abordées dans notre étude.

2.2 Le modèle matriciel périodique

L'année est découpée en 24 quinzaines. Pour un ensemble de troupeaux donné (la population), nous avons noté $x_{s,i}(j)$ le nombre d'animaux de sexe s ($s = f$ pour les femelles et m pour les mâles) dans la classe d'âge i (ici, classe d'âge de 15 jours) au début de la quinzaine j . Les naissances étant un phénomène continu dans le temps, la classe d'âge i ($i > 0$) correspond aux âges exactes compris entre $i - 1$ et i . En notant K et L le nombre de classes d'âge pour les femelles et les mâles, le vecteur d'état de la population (sans les naissances) est :

$$x(j) = [x_{f,1}(j) \dots x_{f,K}(j) \ x_{m,1}(j) \dots x_{m,L}(j)]'$$

La dynamique intra-annuelle est représentée par l'équation récurrente :

$$x(j+1) = B_j x(j)$$

où B_j est une matrice de Leslie conventionnelle [20] qui contient les paramètres de fécondité et de mortalité naturelles, d'exploitation et d'importation concernant les différents sexes et classes d'âge pour la quinzaine j (voir annexe pour la structure des matrices B_j et la définition des paramètres démographiques). Nous avons décomposé chaque matrice B_j sous la forme additive suivante :

$$B_j = (J_j - D_j - H_j + R_j)M_j$$

où M_j représente la matrice de fécondité, H_j et R_j les matrices d'exploitation et d'importation, et $J_j - D_j$ la matrice de survie (relativement à la mortalité naturelle). Le vecteur d'exploitation nette pour la phase j est alors défini par :

$$z_j = (H_j - R_j)M_j x(j)$$

Chaque composante de z_j représente le nombre (net) d'animaux exploités durant la phase j pour une classe d'âge et un sexe donnés.

Pour un vecteur initial $x(1)$ fixé, nous pouvons calculer le vecteur d'état en fin d'année par le produit matriciel suivant :

$$x(25) = B_{24} \dots B_1 x(1) = Ax(1)$$

A est la matrice de projection annuelle. Les propriétés asymptotiques de ce modèle périodique linéaire peuvent être trouvées dans Skellam [24] et Caswell [7]. Sous de faibles hypothèses et pour t grand, nous avons :

$$\begin{aligned} x(t+1 \text{ year}) &\simeq \lambda_A x(t) \\ x(t) &\equiv v_A \end{aligned}$$

où λ_A est le taux de multiplication annuel asymptotique et v_A la structure stable de la population. λ_A et v_A sont calculés par la valeur propre dominante et le vecteur propre à droite dominant de la matrice A .

2.3 Indice de productivité

Une population animale est caractérisée par un ensemble de paramètres démographiques naturels (fécondité et mortalité naturelles) définissant son potentiel zootechnique. Relativement à ce potentiel, notre approche est définir une structure d'exploitation nette par quinzaine (soit estimée, soit posée *a priori*), puis de calculer le nombre d'animaux devant être exploités (i.e. l'intensité d'exploitation) suivant ce profil pour atteindre un taux de multiplication annuel λ_A fixé comme objectif. Nous définissons la structure d'exploitation nette comme la distribution par classe d'âge et par quinzaine de l'exploitation et des importations d'animaux. Pour une phase j , il est donné par la structure des matrices H_j et R_j .

Pour simplifier, nous avons supposé que les variations d'intensité d'exploitation utilisées pour contrôler la valeur λ_A s'effectuaient à un même taux h pour l'ensemble des quinzaines et des classes d'âge. D'autres hypothèses pourraient être posées sans difficulté. Par ailleurs, nous avons supposé que les matrices de taux d'importation restaient constantes quel que soit le niveau d'exploitation. Dans ce modèle, seul le niveau d'exploitation des femelles influe sur le taux de multiplication annuel λ_A (modèle de type femelle-dominant). Les matrices d'exploitation nette d'une phase j sont définies par :

$$\begin{aligned} \text{matrice de taux d'exploitation nette des femelles} & : h * H_{f,j} - R_{f,j} \\ \text{matrice de taux d'exploitation nette des mâles} & : H_{m,j} - R_{m,j} \end{aligned}$$

où h est la variable scalaire permettant de contrôler le niveau global d'exploitation des femelles. Le problème se ramène à trouver la valeur h_{obj} telle que :

$$\lambda_A(h_{obj}) = \lambda_{obj}$$

Si le vecteur propre v_A est normalisé (somme des composantes égal à 1) et si N est le nombre total d'animaux présents dans la population initiale, alors les vecteurs d'exploitation nette sont calculés par récurrence d'après :

$$z_j = N * (H_j(h_{obj}) - R_j)M_jB_{j-1}(h_{obj}) \dots B_1(h_{obj})v_A$$

L'indice de productivité est ensuite défini par la forme linéaire classique :

$$V = \sum_{j=1}^{24} c'_j z_j$$

où c_j est un vecteur de pondération fixé en fonction du besoin.

Nous avons considéré un indice de productivité numérique V_N (c_j est alors le vecteur unitaire) et un indice de productivité financière V_F (c_j est alors le vecteur dont les composantes sont les prix de vente moyen d'un animal par

classe d'âge pour la phase j). L'indice V_N calculé pour $\lambda_{obj} = 1$ est proche de la définition classique du nombre d'animaux exploitables à l'équilibre donnée par Upton [29]. Dans ce cas, la structure du vecteur d'état initial (structure d'âge) n'est pas fixée comme objectif, mais déterminée par les composantes de la matrice A . Elle dépend notamment de la structure d'exploitation nette. Il convient de choisir des structures d'exploitation générant des structures d'âge cohérentes.

Pour comparer la productivité de plusieurs populations partageant un taux de multiplication objectif λ_{obj} , nous calculons la valeur de la variable h_{obj} pour chaque population conditionnellement à la même structure d'exploitation nette (les populations ne diffèrent que par les matrices M_j et D_j , et la variable h_{obj}). Les indices V déduits des valeurs h_{obj} sont alors directement comparables.

3 Application

Nous présentons l'application de la méthode à des données déjà analysées et publiées ([26], [13]). Nous avons évalué la rentabilité de 2 plans de prévention du parasitisme digestif et de la pathologie respiratoire des ovins de la région de Kolda, dont les essais ont été réalisés de 1986 à 1988.

3.1 Description du milieu et de l'expérimentation

3.1.1 Site de l'étude

Le milieu, les systèmes de production et les pratiques de conduite et d'exploitation des petits ruminants ont été décrits en détail ([10]). Kolda est situé dans la région de Moyenne Casamance (Sénégal). Son climat est de type soudano-guinéen avec une saison pluvieuse de juillet à novembre et une saison sèche de décembre à juin. La pluviométrie est d'environ 1000 mm par an mais subit de fortes fluctuations annuelles. Le paysage est constitué par une mosaïque de bas-fonds humides propices à la culture du riz pluvial et des palmiers et de plateaux boisés dans lesquels pâturent les bovins en saison sèche. Les pentes intermédiaires, sableuses, permettent la culture du maïs, du coton, de l'arachide et du niébé.

Les activités rurales sont dominées par l'agriculture mais l'élevage occupe une place importante pour l'autosuffisance protéique (lait, viande), et joue un rôle socio-économique primordial. Dans la région de Kolda, les populations humaines sont rattachées au groupe ethnique peul, éleveurs nomades à l'origine mais sédentarisés depuis plusieurs générations. Leurs troupeaux sont constitués de bovins n'dama élevés pour le lait et de petits ruminants de races naines ouest-africaines (ovins de race djallonké et caprins de race guinéenne). L'élevage de ces derniers est très extensif et tourné vers la production de viande et la vente sur pieds. Les animaux sont laissés en divagation sauf pendant la période des cultures, époque à laquelle ils sont mis au piquet (juillet à novembre). Ils ne

sont pas ou peu complémentés. Ils passent la nuit dans la concession, où ils disposent parfois d'un logement spécifique.

La pathologie est la principale contrainte de l'élevage des ovins et caprins de la région de Kolda. Les grandes infections (peste des petits ruminants, variolues ovine et caprine, charbons) ne sont pas maîtrisées et occasionnent de fortes pertes. Outre les flambées épidémiques de ces maladies, la pathologie infectieuse est dominée par les pneumopathies d'étiologie complexe, où le virus de la peste des petits ruminants joue un rôle majeur. Le parasitisme gastro-intestinal est moins spectaculaire mais grève lourdement la productivité des petits ruminants. Les strongyloses sont prépondérantes (*Trychostrongylus* spp., *Haemonchus contortus*, *Cooperia* spp., *Oesophagostomum columbianum*, *Gaigeria pachyscelis*, *Strongyloides papillosus*) [30]. L'activité parasitaire est limitée à la saison pluvieuse ([30], [14], [3]).

3.1.2 Données étudiées

De 1983 à 1997, le Programme conjoint ISRA-CIRAD "Pathologie et Productivité des Petits Ruminants" (PPR) a mis en place un réseau d'observation d'élevages permettant le recueil de données zootechniques et sanitaires individuelles fiables [11]. Les élevages ont été sélectionnés pour leur facilité d'accès en toute saison et la volonté des éleveurs de participer au travail. Dans chaque troupeau en suivi, l'ensemble des animaux (ovins et caprins) étaient identifiés à l'aide de boucles auriculaires plastifiées. Des enquêteurs spécialisés effectuaient des visites bimensuelles au cours desquelles tous les événements démographiques étaient notés, et les animaux en croissance pesés selon un protocole précis. Les informations étaient reportées dans un fichier manuel dont une copie était transmise mensuellement à Dakar pour vérification, saisie informatique et stockage dans une base de données [12]. A la fin des travaux de terrain, les données ont été triées, homogénéisées, corrigées et transférées dans une base de données relationnelles permettant une exploitation plus facile [18].

Compte tenu de l'importance sanitaire et économique de la pathologie parasitaire et des pneumopathies, des essais en milieu villageois ont été entrepris par le PPR pour tester la rentabilité économique des plans de prévention ([26], [13]). Le plan d'expérience avait été établi en 1984 et n'a pas été modifié jusqu'en 1989. Il consistait à évaluer simultanément les effets de 2 actions : d'une part, un programme de prévention des parasitoses digestives, et d'autre part, un plan de prophylaxie de la pathologie respiratoire. Quatre groupes de villages ont été constitués par tirage aléatoire et chaque traitement a été appliqué en bloc à l'ensemble des troupeaux du village. Les villages n'ont pas changé de groupe de 1984 à 1989. Les traitements étaient appliqués par exercice agricole : période s'étendant du 1er juillet d'une année donnée au 30 juin de l'année suivante. Dans le reste du rapport, les termes "année" et "exercice" ont été employés de manière indifférente et désignent l'exercice agricole.

Nous présentons l'évaluation de la rentabilité de la vaccination contre la pasteurellose respiratoire (traitement V) et du déparasitage (traitement D) chez les ovins de Kolda pendant les années 1986 et 1987. Ces traitements ont été administrés selon le protocole suivant :

- Traitement V : injection sous-cutène 2 fois par an à tous les animaux de plus de 3 mois d'un vaccin bivalent contre la pasteurellose respiratoires (*Pasteurella multocida* types A et D) inactivé au formol, fabriqué et commercialisé par l'ISRA-LNERV (Pasteurellad ND).
- Traitement D : tartrate de morantel (Exhelm ND, Pfizer) sous forme de bolus à 150 mg, 1 bolus pour 20 kg de poids vif (PV), soit 7.5 mg / kg PV, trois administrations en saison des pluies.

Vingt villages étaient impliqués dans les essais durant ces deux années. Ils étaient répartis en 4 lots de même taille : vermifugé et vacciné (lot VD), vermifugé et non vacciné (VC), non vermifugé et vacciné (CD) et non vermifugé et non vacciné (CC). En 1986, 96 troupeaux étaient répartis dans ces 5 villages, alors qu'il n'en restait que 77 en 1987 : le suivi a été arrêté au 15/10/1987 dans une vingtaine de troupeaux (répartis dans chaque lot) où le travail était jugé trop difficile. La taille moyenne des troupeaux sur l'année était de 10.3 ovins (médiane 8.1, quantile 75% 13.1).

Outre les 2 traitements, 4 facteurs ont été pris en compte dans les modèles statistiques: l'année (variation inter - annuelles), le bimestre (variations saisonnières), le sexe et l'âge. L'ensemble des facteurs est présenté dans le *Tableau 1*.

Tableau 1 : Description des facteurs expérimentaux.

Facteurs	Niveaux
Année	1: juillet 1986 - juin 1987, 2: juillet 1987 - juin 1988
Bimestre	1: Ju-Ao, 2: Se-Oc, 3: No-De, 4: Ja-Fe, 5: Ma-Av, 6: Ma-Ju
Sexe	1: femelle, 2: mâle
Classe d'âge	1: 0-3 mois, 2: 3-6 mois, 3: 6-12 mois, 4: 1-2 ans, 5: 2 ans ⁺
Vaccination	C: non vacciné, V: vacciné
Vermifugation	C: non vermifugé, D: vermifugé

3.2 Estimation des paramètres démographiques naturels

L'effet des facteurs expérimentaux sur les différents paramètres démographiques a été estimé par des modèles statistiques. Pour la mortalité naturelle, nous avons utilisé un modèle de survie adapté aux données groupées [23]. La procédure d'estimation est équivalente à celle utilisée dans un modèle linéaire généralisé utilisant la fonction de lien log-log complémentaire [22]. Des modèles indépendants ont été ajustés pour les femelles et les mâles. A partir d'un an, le nombre

de mâles diminuait rapidement en raison d'une exploitation intensive. Un risque élevé d'exploitation peut entraîner un biais important dans l'estimation de la mortalité naturelle. Le modèle ajusté pour les mâles n'a donc considéré que les animaux de moins d'1 an. Les paramètres de fertilité et la prolificité ont été estimés par un modèle linéaire généralisé utilisant la fonction de lien logit (la prolificité a été calculée d'après les probabilités d'avoir 1 ou 2 produits vivants lors d'une mise bas). Pour les 3 paramètres démographiques, nous avons utilisé le critère d'Akaike (AIC) [1] pour la sélection des différents modèles emboîtés. Les modèles retenus sont présentés dans le *Tableau 2*.

Tableau 2 : Modèles statistiques retenus par le critère AIC (D : déviance, df : degrés de liberté)

Mortalité naturelle :

F : année + bimestre + âge + vacc + verm + année*vacc
+ année*verm (D=236.4, df=225)

M <1 an : année + bimestre + âge + vacc + verm + année*vacc
+ bimestre*vacc + âge*verm + vacc:verm (D=147.3, df=124)

Fertilité :

année + bimestre + age + verm + bimestre*âge + âge*verm
(D=135.8, df=122)

Prolificité :

âge + vacc + verm (D=74.7, df=92)

Pour chaque paramètre démographique naturel étudié, nous avons observé un effet positif de la vermifugation. Ces résultats sont en concordance avec ceux de Tillard [26]. Aucun effet cohérent de la vaccination n'a été mis en évidence. Nous avons observé une forte mortalité chez les animaux VC lors de l'année 1. L'examen des données initiales a permis d'attribuer cette mortalité à un foyer de pneumopathies ayant touché plusieurs troupeaux dans 3 villages du groupe VC.

Pour l'étude comparative de la productivité des troupeaux, nous n'avons tenu compte que du facteur vermifugation. Les interactions entre la vermifugation et la vaccination d'une part (due au foyer de pneumopathies) et la vermifugation et l'année d'autre part, nous ont empêché de regrouper les 2 années ainsi que les animaux vaccinés et non vaccinés. Nous avons étudié l'effet du facteur vermifugation pour chaque combinaison des modalités des facteurs vaccination et année.

3.3 Gestion des troupeaux et structure d'exploitation nette

Le mode de gestion et la structure des troupeaux ovins dans la zone de Kolda ont été décrits par Faugère et al. ([10]) et Tillard et al. ([27]). L'une des caractéristiques est la fréquence élevée des mouvements d'entrées et sorties des

animaux dans les troupeaux. La définition des termes utilisés pour décrire ces mouvements est précisée dans le *Tableau 3*.

Tableau 3 : Classification des mouvements d'animaux dans les troupeaux.

Type de mouvement	Définition
Exportation	Sortie d'animaux vivants par transactions commerciales, confiages, dons, dots, héritages
Exploitation	Exportations + abattages (autoconsommation)
Importation	Entrée d'animaux vivants par transactions commerciales, confiages, dons, dots, héritages
Exploitation nette	Exploitation - Importation

La proportion de femelles dans les troupeaux fluctue entre 0.69 et 0.75 au cours de l'année. Les femelles ont une carrière plus longue que celle des mâles et peuvent dépasser l'âge de 8 ans. Les proportions moyennes sur les 2 années des classes d'âge 0-1 an, 1-2 ans et 2 ans et plus sont respectivement 0.39, 0.24 et 0.37. Le taux d'exploitation présente un pic entre 6 et 18 mois, dû à la commercialisation des jeunes femelles (*Tableau 4*). Les pratiques de gestion sont très différentes pour les mâles. Ils sont exploités très jeunes et de manière intensive : 15 % et 1% atteignent respectivement les âges d'1 an et de 2 ans.

Tableau 4 : Taux d'exploitation nette par quinzaine par classe d'âge et période bimestrielle (moyennes sur les 2 années).

Classe d'âge	Femelle	Mâle	Bimestre	Femelle	Mâle
0-3 mois	0.0005	0.0009	J-A	0.0303	0.0935
3-6 mois	0.0050	0.0137	S-O	0.0051	0.0236
6-12 mois	0.0148	0.0570	N-D	-0.0008	0.0105
1-2 ans	0.0174	0.0762	J-F	0.0082	0.0180
2-6 ans	0.0121	-	M-A	0.0139	0.0182
6-8 ans	0.2580	-	M-J	0.0164	0.0263

Les taux d'exploitation des femelles et des mâles présentent de fortes variations saisonnières. La fête de la Tabaski donne lieu à des ventes et abattages massifs d'animaux. Pour les années étudiées, cette fête a eu lieu dans le bimestre juillet-août qui a présenté des taux d'exploitation plus élevés que ceux des autres bimestres (*Tableau 4*). Les variations saisonnières du taux d'exploitation, couplées à celles de la fécondité et de la mortalité naturelle entraînent des fluctuations importantes de l'effectif des troupeaux. Pour les 2 années étudiées, la forte exploitation de juillet-août a entraîné une chute importante du nombre d'animaux, suivie d'une remontée progressive jusqu'en juin (*Fig. 1*).

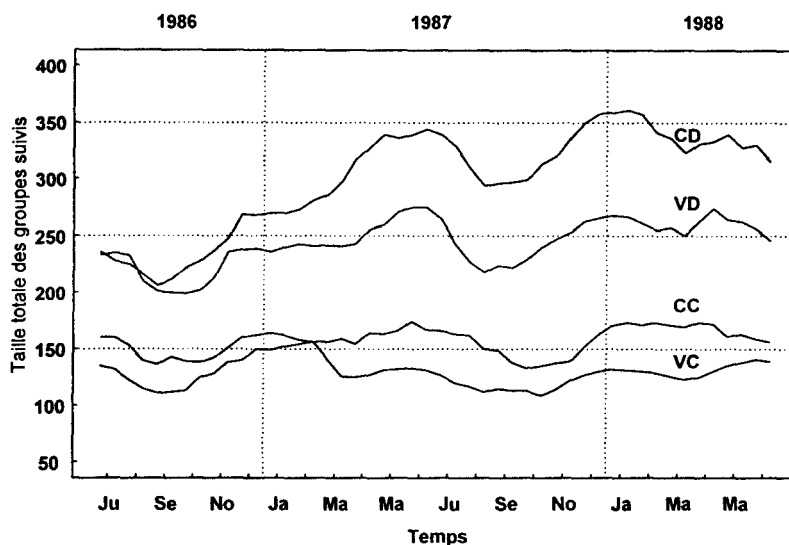


Fig. 1 : Evolution du nombre total d'animaux dans les troupeaux suivis pour les différents groupes.

Pour les calculs de productivité, nous avons défini la structure d'exploitation nette comme la structure moyenne d'exploitation nette observée sur les 2 années d'étude par bimestre et classe d'âge (tous groupes confondus). Plusieurs autres structures d'exploitation ont été considérées mais les résultats ne sont pas présentés dans cette étude.

3.4 Résultats et discussion

3.4.1 Productivité et coût-bénéfice à l'équilibre

Nous avons pris comme référence une population initiale de 1000 animaux. Pour chaque groupe et année, l'évolution simulée (sous la structure d'exploitation nette considérée) de cette population au cours d'une année a reproduit les tendances saisonnières observées sur la Fig. 1. En outre, les structures par âge et par sexe de la population ont été cohérentes avec les structures moyennes observées.

Pour le calcul de la valeur financière des animaux produits, nous avons estimé les prix de vente moyens (prix producteurs) des animaux par classe d'âge d'après des données de prix récoltées dans la zone de Kolda en 1996 et 1997 (Tableau 5). Pour les mâles, nous avons distingué une période "Tabaski" (mois de Tabaski + les 2 mois précédents) et une période "hors Tabaski". L'effet Tabaski était moins net chez les femelles et nous l'avons négligé. Les estimations de prix de vente ont été confrontées à des estimations à dire d'expert.

Tableau 5 : Prix moyens estimés par sexe et classe d'âge (en FCFA).

	Femelle		Mâle	
	HT	T	HT	T
0-3 mois	5000	5000	5000	5000
3-6 mois	8500	8500	9500	10000
6-12 mois	10000	10000	12500	15500
1-2 ans	11500	11500	19000	27000
2 ans ⁺	14000	14000	-	-

(T: période de Tabaski, HT: période hors Tabaski)

L'effet relatif de la vermifugation sur les productivités numérique et financière a été mesuré par le ratio entre le résultat (en nombre ou en valeur) du groupe vermifugé et celui du groupe non vermifugé (*Tableau 6*). Le coût de la vermifugation a été calculé en multipliant le prix courant d'un comprimé d'Exhelm (150 FCFA) par le nombre d'animaux présents aux dates d'administration du produit. Les coûts de déplacement de l'éleveur pour l'achat du produit et les coûts d'administration ont été négligés. Nous avons défini le taux de rentabilité de la vermifugation par le ratio entre la marge financière et le coût de vermifugation. Par exemple, si nous considérons la comparaison CD/CC lors de l'année 1, pour 1000 animaux présents au départ, les gains de productivités numérique et financière totales ont été respectivement de $587.2/480.7 = 1.22$ et $8.47/7.16 = 1.18$. Le taux de rentabilité a été de $(8.47 - 7.16)/0.346 = 3.79$ (i.e. le gain marginal a été 3.7 fois supérieur à la dépense). Il est important de remarquer que le gain défini ici correspond au gain moyen à court terme (i.e. calculé sur une année de production) pouvant être espéré après une intervention sanitaire au niveau d'un groupe de troupeaux. Notre approche diffère de celle calculant un gain cumulé d'après une projection sur plusieurs années (voir par exemple [25], [19], [16], [2]).

Les ratios de productivité totale ont fluctué entre 1.22 et 1.35 pour la productivité numérique et entre 1.18 et 1.37 pour la productivité financière, indiquant un gain de productivité important après vermifugation. Les mâles étant exploités très jeunes de manière intensive, ils ont présenté des ratios plus faibles que ceux des femelles. Compte tenu de la valeur marchande retenue pour les ovins et du faible coût actuel de la vermifugation, l'amélioration des performances zootechniques dues à la vermifugation a généré des taux de rentabilité élevés qui ont fluctué entre 3.67 et 5.82. Les valeurs extrêmes observées en année 1 pour la comparaison VD/VC (1.65 et 1.64 pour le ratio en nombre total et en valeur totale, 8.81 pour le taux de rentabilité) sont dues à l'accident pathologique ayant touché le groupe VD en saison sèche. Elles ne peuvent être attribuées à la vermifugation.

Tableau 6 : Indices de productivité et taux de rentabilité estimés.

	V_N			V_F (x 10E6)			Coût (x 10E6)
	F	M	T	F	M	T	
Année 1							
CC	220.7	259.9	480.7	2.64	4.52	7.16	
CD	306.6	280.6	587.2	3.54	4.94	8.47	0.346
<i>Ratio</i>	<i>1.39</i>	<i>1.08</i>	<i>1.22</i>	<i>1.34</i>	<i>1.09</i>	<i>1.18</i>	<i>3.79</i>
VC	139.8	187.7	327.5	1.72	3.11	4.84	
VD	268.5	272.7	541.2	3.14	4.78	7.91	0.349
<i>Ratio</i>	<i>1.92</i>	<i>1.45</i>	<i>1.65</i>	<i>1.82</i>	<i>1.53</i>	<i>1.64</i>	<i>8.81</i>
Année 2							
CC	191.2	214.2	405.5	2.33	3.67	5.99	
CD	265.6	239.2	504.9	3.13	4.16	7.29	0.354
<i>Ratio</i>	<i>1.39</i>	<i>1.12</i>	<i>1.24</i>	<i>1.34</i>	<i>1.14</i>	<i>1.22</i>	<i>3.67</i>
VC	185.9	194.5	380.4	2.27	3.29	5.57	
VD	243.0	270.1	513.1	2.88	4.75	7.63	0.354
<i>Ratio</i>	<i>1.31</i>	<i>1.39</i>	<i>1.35</i>	<i>1.27</i>	<i>1.44</i>	<i>1.37</i>	<i>5.82</i>

3.4.2 Variations du taux de multiplication objectif

L'équilibre n'est pas forcément un objectif chez les éleveurs traditionnels de petits ruminants. Dans la zone de Kolda, Faugère [10] a observé des variations inter-annuelles sensibles dans la taille des troupeaux ovins. Ces observations sont confirmées par l'examen graphique de la *Fig. 1*, notamment pour le groupe CD. Ces variations sont générées par l'alternance de phases de destockage et de reconstitution liées à l'environnement socio-économique des éleveurs, à des phénomènes climatiques ou des problèmes pathologiques. Pour tester l'existence d'une situation d'équilibre, nous avons utilisé un estimateur robuste du taux de multiplication annuel de chacun des groupes de troupeaux sur la période étudiée. Si n_j représente la taille (nombre d'animaux) d'un groupe de troupeaux en début de quinzaine j , alors un estimateur R du taux de multiplication annuel peut s'écrire [4] :

$$R = \frac{\sum_{\text{année 2}} n_j}{\sum_{\text{année 1}} n_j}$$

Nous avons utilisé la méthode de ré-échantillonnage "bootstrap" pour les calculs d'inférence sur R [9]. Pour un groupe constitué de m troupeaux, chaque échantillon bootstrap (de taille m) a été constitué par tirage aléatoire avec remise de m troupeaux parmi les m troupeaux initiaux. Dans chacun des 4 groupes de troupeaux étudiés, nous avons constitué 500 échantillons bootstrap puis calculé R pour chaque échantillon. Les estimations des taux moyens et de leur écart-type ont été respectivement 1.10 (0.13), 1.22 (0.08), 0.86 (0.06) et 1.07 (0.09) pour les groupes CC, CD, VC et VD. L'hypothèse d'équilibre ($H_0 : R = 1$) a

été rejetée pour les groupes CD (croissance significative) et VC (décroissance significative) au risque de 5%.

Nous avons fixé 3 situations réalistes d'évolution à court-terme des troupeaux correspondant aux valeurs $\lambda_{obj} = 0.8, 1.10$ et 1.20 . Pour chaque situation, nous avons calculé les ratios de productivité et les taux de rentabilité de la vermifugation. Le *Tableau 7* présente les résultats obtenus en appliquant les paramètres démographiques naturels estimés lors de l'année 1 pour la comparaison CD/CD. Le gain de productivité a augmenté sensiblement avec λ_{obj} (la même tendance a été observée pour les autres comparaisons et années), ce qui semble montrer que le gain est d'autant plus fort que le niveau global d'exploitation diminue (par exemple lors d'une période de capitalisation). Ces résultats nous montrent que les études comparatives de productivité peuvent fortement dépendre des hypothèses de référence (ici le choix du taux de multiplication λ_{obj}).

Tableau 7 : Ratios de productivité et taux de rentabilité pour différents taux de multiplication objectifs (comparaison CD/CC en année 1).

	λ_{obj}			
	0.8	1.0	1.1	1.2
Ratio V_N	1.15	1.22	1.27	1.34
Ratio V_F	1.12	1.18	1.22	1.27
Rentabilité	3.31	3.79	4.02	4.24

4 Conclusion

- Notre objectif principal était de présenter le principe de calcul d'un indice de productivité basé sur un modèle matriciel périodique. Cette indice a été appliqué au calcul d'une productivité numérique et d'une productivité financière. La productivité pondérale aurait pu être calculée d'après le même principe, en définissant le vecteur c comme le vecteur du poids moyen des animaux aux différents âges. La productivité laitière, qui n'était pas un objectif des éleveurs de petits ruminants de Kolda, n'a pas été étudiée.
- Notre indice permet de prendre en compte la dynamique intra-annuelle de la population et nous pensons qu'il fournit des estimations moins biaisées que celles issues d'un modèle démographique à pas de temps annuel. Le modèle économique posé pour le calcul de coût-bénéfice était volontairement simplifié. Les résultats concernant le taux de rentabilité de la vermifugation sont dépendants du prix de vente des ovins. Une mauvaise estimation de ces prix peut entraîner un biais sur les taux de rentabilité. Des efforts d'échantillonnage doivent être effectués dans ce sens. Par ailleurs, un modèle économique plus élaboré pourrait facilement être adapté au modèle démographique sous-jacent.
- Les indices V , calculés relativement à une structure d'exploitation fixée, sont des fonctions d'un ensemble de paramètres démographiques estimés

avec une certaine variance. Ils disposent eux aussi d'une variance d'estimation. Le calcul de cette variance est indispensable pour pouvoir construire des intervalles de confiance et des tests statistiques d'égalité entre les résultats obtenus pour les différents groupes de troupeaux. Il sera développé dans un travail ultérieur.

- Tels que nous les avons construits, les indicateurs présentés peuvent s'interpréter comme des gains (ou des pertes) moyens à court terme (les indices sont calculés pour une seule année de production) pouvant être espérés après une intervention sanitaire au niveau d'un groupe de troupeaux (en situation d'équilibre ou non). Différents travaux ([16],[2]) ont montré l'intérêt de raisonner à l'échelle du troupeau pour les diagnostics de rentabilité concernant les interventions sanitaires en milieu traditionnel. Néanmoins, la faible taille des troupeaux de Kolda entraîne des problèmes d'estimation des paramètres démographiques par troupeau. En outre, la modélisation de la dynamique d'une population de faible effectif nécessite de tenir compte du phénomène de variabilité démographique [17] que nous n'avons pas abordé ici.
- La variabilité environnementale inter-annuelle est une caractéristique importante des systèmes traditionnels tropicaux. Au niveau d'une population, elle se traduit par des fluctuations des paramètres démographiques qui influencent le potentiel global et la productivité de la population [28]. Pour augmenter la pertinence des diagnostics comparatifs de productivité, l'extension de notre approche au cas "environnement variable" semble une voie importante à explorer.

5 Annexes (version anglaise)

Let $x_{s,i}(j)$ denote the number of animals of sex s ($s = f$ for females or m for males) in age class i at the beginning of phase j . We defined the population vector (without offspring) as:

$$x(j) = [x_{f,1}(j) \dots x_{f,K}(j) \ x_{m,1}(j) \dots x_{m,L}(j)]'$$

where constants K and L represent the number of age classes for females and males.

Given an initial population vector $x(1)$, within-year dynamics is described by recurrences equations:

$$\begin{aligned} x_{s,1}(j+1) &= \sum_{i=0}^K s_{jf,0} m_{js,i+1} x_{f,i}(j) & (j = 1, \dots, 24) \\ x_{s,i+1}(j+1) &= s_{js,i} x_{s,i}(j) & i \geq 0 \quad (j = 1, \dots, 24) \end{aligned}$$

The $m_{js,i}$ are the fecundity rates, i.e. the expected number of living newborns of sex s in phase j per female belonging to age class i . Fecundity rates were calculated as:

$$m_{js,i} = 0.5 * \xi_{j,i} g_{j,i}$$

where $g_{j,i}$ is the fertility rate (expected number of parturitions per female belonging to age i), $\xi_{j,i}$ the prolificacy rate (expected litter size for a female belonging to age class i). Stillborns and abortions were not considered in the litter sizes and the number of parturitions.

$s_{js,i}$ refers to "survival" rates (see Lesnoff, 199?, submitted), including importations, for animals of sex s and age class i during phase j (we omitted indices s and i for more clarity):

$$s_j = 1 - p_j(de) - p_j(of) + r_j$$

(Note that $s_{js,0}$ is the survival rate of animals born during phase j until beginning of phase $j + 1$). $p_{js,i}(de)$, $p_{js,i}(of)$ and $r_{js,i}$ refer to natural mortality, offtake and intake rates respectively. The net offtake rate was defined as $p_j(of) - r_j$.

In matrix form, precedent recurrence formula can be written:

$$x(j+1) = B_j x(j) = S_j M_j x(j)$$

with phase projection matrix B_j of dimension $(K+L) \times (K+L)$ as follows ([7]):

$$B_j = \left[\begin{array}{cccc|cccc} s_{f,0}m_{f,1} & & \dots & s_{f,0}m_{f,K} & 0 & & \dots & 0 \\ s_{f,1} & 0 & & 0 & & & & \\ 0 & s_{f,2} & & & & & & \\ & & \dots & 0 & & & & \\ 0 & & 0 & s_{f,K-1} & s_{f,K} & 0 & \dots & 0 \\ \hline s_{m,0}m_{m,1} & & \dots & s_{m,0}m_{m,K} & 0 & & \dots & 0 \\ 0 & & \dots & 0 & s_{m,1} & 0 & & \\ & & & & 0 & s_{m,2} & & \\ & & & & & \dots & \dots & 0 \\ 0 & & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & s_{m,L-1} & s_{m,L} \end{array} \right]$$

, fecundity matrix M_j of dimension $(K + L + 2) \times (K + L)$ as:

$$\begin{bmatrix} m_{f,1} & \dots & m_{f,K} & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ & & \dots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline m_{m,1} & \dots & m_{m,K} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & 0 \\ & & & 0 & 1 & \dots \\ & & & & \dots & 1 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

and survival matrix S_j of dimension $(K + L) \times (K + L + 2)$ as:

$$\begin{bmatrix} s_{f,0} & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & s_{f,1} & & & & & \\ & & s_{f,2} & & & & \\ & & & \dots & 0 & & \\ 0 & & 0 & s_{f,K-1} & s_{f,K} & 0 & 0 \\ \hline 0 & \dots & & 0 & s_{m,0} & 0 & \dots & 0 \\ & & \dots & & & s_{m,1} & & \\ & & & & & & s_{m,2} & \\ & & & & & & & \dots & 0 \\ 0 & \dots & & 0 & 0 & \dots & 0 & s_{m,L-1} & s_{m,L} \end{bmatrix}$$

Matrix S_j was decomposed in the additive form:

$$\begin{aligned} S_j &= J_j - D_j - H_j + R_j \\ &= \begin{bmatrix} J_{f,j} - D_{f,j} - H_{f,j} + R_{f,j} & 0 \\ 0 & J_{m,j} - D_{m,j} - H_{m,j} + R_{m,j} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

where matrices J_j , D_j , H_j and R_j have the same structure as S_j with components 1, $p_{js,i}(de)$, $p_{js,i}(of)$ and $r_{js,i}$ respectively.

References

- [1] H. Akaike. Information theory as an extension of the maximum likelihood principle. In B. N. Petrov and F. Csaski, editors, *Second International Symposium on Information Theory*, pages 267–281, Budapest : Akademiai Kiado, 1973.
- [2] P. Ankers, P. Itty, J. Zinsstag, S. Trawally, and K. Pfister. Biannual anthelmintic treatments in village djallonke sheep in the gambia: effects on productivity and profitability. *Prev. Vet. Med.*, 34(2-3):215–225, 1998.
- [3] P. Ankers, J. Zinsstag, and K. Pfister. Quasi-absence de réinfestation par les strongles du bétail gambien en saison sèche. *Rev. Elev. Méd. vét. Pays trop.*, 47(2):201–205, 1994.
- [4] I. V. Basawa and B. Rao. *Statistical inference for stochastic processes*. Academic Press, New York, 1980.
- [5] H. G. Bosman, H. A. J. Moll, and H. M. J. Udo. Measuring and interpreting the benefits of goat keeping in tropical farm systems. *Agric. Syst.*, 53:349–372, 1997.
- [6] A. D. J. . A. B. Carles. Measuring the productivity of grazing and foraging livestock. *Agric. Syst.*, 52(2-3):271–291, 1996.
- [7] H. Caswell. *Matrix population models : construction, analysis and interpretation*. Sinauer Associates, Inc. Publishers, Sunderland, Massachusetts, 1989.
- [8] W. G. Doubleday. Harvesting in matrix population. *Biometrics*, 31:189–200, 1975.
- [9] B. Efron and R. Tibshirani. *An introduction to the bootstrap*. Chapman Hall, London, 1993.
- [10] O. Faugère, A. Dockes, C. Perrot, and B. Faugère. L'élevage traditionnel des petits ruminants au sénégál. i. pratiques de conduite et d'exploitation des animaux chez les éleveurs de la région de kolda. *Revue Elev. Méd. vét. Pays trop.*, 43(2):249–259, 1990.
- [11] O. Faugère and B. Faugère. Suivi de troupeaux et contrôle de performances individuelles des petits ruminants en milieu traditionnel africain. aspects méthodologiques. *Rev. Elev. Méd. vét. Pays trop.*, 39(1):29–40, 1986.
- [12] O. Faugere and B. Faugere. *Panurge : suivi individuel dans les systèmes d'élevage traditionnel*. CIRAD-EMVT, Maison-Alfort (France), 1993.
- [13] O. Faugère, E. Tillard, and B. Faugère. Prophylaxie chez les petits ruminants au sénégál : régionalisation d'une politique nationale de protection sanitaire. In ILRAD, editor, *First biennial conference of the African Small Ruminant Research Network*, pages 307–314, Nairobi, Kenya, 1992. ILCA.

- [14] T. Fritsche, J. Kaufmann, and K. Pfister. Parasite spectrum and seasonal epidemiology of gastrointestinal nematodes of small ruminants in the gambia. *Vet. Parasit.*, 49:271–283, 1993.
- [15] W. M. Getz and R. G. Haight. *Population harvesting : demographic models of fish, forest, and animal resources*. Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1989.
- [16] P. Itty, J. Zinsstag, P. Ankers, and K. Pfister. Returns from strategic anthelmintic treatments in village cattle in the gambia. *Prev. Vet. Med.*, 32(3-4):299–310, 1997.
- [17] S. Karlin and H. M. Taylor. *A first course in stochastic processes*. Academic Press, Inc., New York, 1975.
- [18] R. Lancelot, B. Faye, X. Juanes, M. Ndiaye, L. Perochon, and E. Tillard. La base de données "baobab" : un outil pour modéliser la production et la santé des petits ruminants dans les systèmes d'élevage traditionnels au sénégal. *Rev. Elev. Méd. vét. Pays trop.*, in Press, 1998.
- [19] E. Landais. Un exemple d'utilisation d'une projection démographique pour l'analyse technico-économique d'un essai en milieu paysan : évaluation des pertes dues à la trypanosomose bovine dans la région de khorogo (côte d'Ivoire) et comparaison de 2 méthodes de lutte : méthodologie et résultats. In *Etudes et Synthèses de l'I.E.M.V.T., Méthodes pour la recherche sur les systèmes d'élevage en Afrique intertropicale*, volume 20, pages 487–496, 1986.
- [20] P. H. Leslie. On the use of matrices in certain population mathematics. *Biometrika*, 33:183–212, 1945.
- [21] Mathsoft. *S-Plus user's guide, Version 4.0*. Mathsoft Inc., Seattle, Washington, 1997.
- [22] P. McCullagh and R. W. M. Nelder. *Generalized linear models*. Chapman Hall, New York, 1989.
- [23] R. L. Prentice and L. A. Gloeckler. Regression analysis of grouped survival data with application to breast cancer data. *Biometrics*, 34:57–67, 1978.
- [24] J. G. Skellam. Seasonal periodicity in theoretical population ecology. In *Proc. 5th Berkeley Symp.*, volume IV, pages 179–205, 1967.
- [25] G. Tacher. Pathologie animale et économie. *Etudes et synthèses de l'I.E.M.V.T.*, 13, 1985.
- [26] E. Tillard. *Evaluation technico-économique des effets de prophylaxies en milieu villageois chez les petits ruminants de la région de Kolda*. Thèse Doct. Vétérinaire, Faculté de Médecine de Créteil, France, 1991.

- [27] E. Tillard, C. H. Moulin, O. Faugère, and B. Faugère. Le suivi individuel des petits ruminants au sénégal : un mode d'étude des troupeaux en milieu villageois. *INRA Prod. Anim.*, 10(1):67–78, 1997.
- [28] S. Tuljapurkar. *Population dynamics in variable environments*. Springer-Verlag, New York, 1990.
- [29] M. Upton. Livestock productivity assessment and herd growth models. *Agric. Syst.*, 29:149–164, 1989.
- [30] G. Vassiliades. Parasitisme gastro-intestinal chez le mouton du sénégal. *Revue Elev. Méd. Vét. Pays trop*, 34(2):169–177, 1981.

Appendices au projet d'article : "Etude de coût-bénéfice..."

1 Modèle dynamique et productivité d'une population : remarques

1.1 Modèle additif / modèle multiplicatif

Une alternative à la décomposition additive de la matrice S_j présentée dans le projet d'article est de supposer que l'exploitation a lieu de manière instantanée en fin de chaque phase (représentation multiplicative). Dans ce cas, la matrice B_j et le vecteur z_j s'écrivent :

$$\begin{aligned} B_j &= (I - H_j)(S_j + R_j)M_j \\ z_j &= H_j(S_j + R_j)M_j x(j) \end{aligned}$$

La distinction entre les 2 modèles (additif et multiplicatif) devient négligeable si la durée de la phase est courte. Pour une durée de 15 jours, les premières simulations que nous avons pu effectuer ont donné des résultats quantitatifs très proches et conduisaient aux mêmes conclusions qualitatives.

1.2 Mesures de productivité et optimisation

1.2.1 Modèle à pas de temps annuel

Nous présentons très rapidement 2 des approches fréquemment utilisées pour calculer la productivité d'une population exploitée. Nous nous plaçons ici dans un cadre déterministe.

Le modèle représentant la dynamique annuelle de la population exploitée est défini par l'équation récurrente :

$$x(t+1) = Ax(t) - z(t+1)$$

où A est la matrice de projection "naturelle" (i.e. contient les taux de fécondité et de mortalité naturelle de la population) et $z(t+1)$ le vecteur représentant les

effectifs par classe d'âge des animaux exploités au temps $t + 1$. Pour x fixé, le vecteur des exploitations assurant l'équilibre est donné par :

$$z = (A - I)x$$

La structure du vecteur x peut être fixée *a priori* mais est en générale choisie de manière à maximiser la fonction objectif :

$$V = c'z$$

(c étant un vecteur de pondération fixé en fonction du besoin). Le vecteur x peut être calculé à l'aide d'algorithmes classiques de programmation linéaire. Maximiser J revient à maximiser $c'(A - I)x$ sous les contraintes:

$$\begin{aligned} x &\geq 0 \\ (A - I)x &\geq 0 \\ 1'x &= 1 \end{aligned}$$

La valeur $\max_x V$ est appelée classiquement production maximale à l'équilibre ("maximum sustainable yield" (MSY)).

La seconde approche est un problème d'optimisation à horizon fini. L'objectif est de maximiser l'exploitation sur une période pluri-annuelle $[1, T]$ conditionnellement à un vecteur initial $x(1)$ et un vecteur final $x(T)$ (sous l'hypothèse que $x(T)$ soit accessible à partir de $x(1)$). Le vecteur $x(T)$ peut être calculé par récurrence d'après :

$$\begin{aligned} x(T) &= A * x(T - 1) - z(T) \\ &= A^{T-1}x(1) - A^{T-2}z(2) - \dots - Az(T - 1) - z(T) \end{aligned}$$

Comme A , $x(1)$ et $x(T)$ sont fixés, les seules inconnues sont les vecteurs d'exploitation $z(2), \dots, z(T)$. La fonction objectif est maintenant :

$$V_T = \sum_{t=2}^T c'z(t)$$

Les algorithmes classiques de programmation linéaire permettent à nouveau de calculer le vecteur $z = (z(2), \dots, z(T))$ qui maximise V_T sous les contraintes :

$$\begin{aligned} (1) \quad z &\geq 0 \\ (2) \quad [A^{T-2} \mid \dots \mid A \mid I] z &= A^{T-1}x(1) - x(T) \end{aligned}$$

Une extension classique du problème précédent est de chercher à maximiser :

$$V_T = \sum_{t=2}^T \rho^{t-2} c'z(t)$$

avec ρ une constante inférieure à 1.

Les problèmes d'optimisation à horizon fini sont fréquemment abordés dans un cadre stochastique ("stochastic dynamic programming"). Les fonctions objectives peuvent être plus complexes que les formes linéaires présentées (ex : formes quadratiques).

1.2.2 Modèle périodique saisonnier

Nous avons présentée dans l'article une approche de calcul de productivité adaptée au modèle périodique qui s'appuyait sur la définition d'une structure d'exploitation (fixée *a priori* ou estimée). Nous présentons ici une alternative (qui aurait pu être explorée) qui reprend le principe d'une optimisation à horizon finie.

L'année est composé de M phases. Pour une phase j , nous écrivons :

$$x(j+1) = G_j x(j) - z_j$$

avec G_j la matrice de projection sans exploitation correspondant à la phase j . A partir d'un vecteur initial $x(1)$ donné, nous obtenons par récurrence :

$$x(M+1) = G_M \dots G_1 x(1) - G_M \dots G_2 z_1 - G_M \dots G_3 z_2 - \dots - G_M z_{M-1} - z_M$$

(si $x(1)$ est le vecteur d'état au temps t , $x(M+1)$ est le vecteur d'état au temps $t+1$ année). En se fixant par exemple une contrainte du type $x(M+1) = \lambda x(1)$, nous pouvons chercher à maximiser la fonction linéaire d'intérêt :

$$V_M = \sum_{j=1}^M c' z_j$$

Il s'agit alors calculer le vecteur $z = (z_1, \dots, z_M)$ qui maximise V_M sous les contraintes :

$$\begin{aligned} (1) \quad & z \geq 0 \\ (2) \quad & [G_M \dots G_2 \mid G_M \dots G_3 \mid \dots \mid G_M \mid I] z = G_M \dots G_1 x(1) - x(M+1) \end{aligned}$$

Comme pour l'approche MSY, l'optimisation du problème présenté ci-dessus peut donner des résultats qui ne sont pas cohérents avec les pratiques d'exploitation courantes. Par ailleurs, si nous découpons l'année en 24 quinzaines et si nous considérons un modèle femelle-mâle avec une carrière complète pour les femelles (avec par exemple un stade terminal à 6 ans⁺), le système d'inéquations décrivant le problème d'optimisation devient rapidement très grand. Il peut être réduit en considérant un nombre plus faible de phases, ou en transformant les matrices de Leslie G_j (matrices diagonales) en matrices de Usher ("age stage models").

1.3 Autres indices de productivité

1.3.1 Le taux de multiplication naturel

Nous définissons ici le taux de multiplication annuel naturel λ^* comme le taux de multiplication asymptotique de la population calculé en environnement constant et sans exploitation. Il est défini par la valeur propre dominante de la matrice de projection annuelle A , dans laquelle les paramètres d'exploitation et d'importation d'animaux sont supposés nuls.

Le *Tableau 1* présente les taux calculés pour chaque groupe de troupeaux et années étudiées dans l'article. Les valeurs obtenues pour les groupes vermigés ont été nettement plus élevées que celles observées pour les groupes non vermifugés.

Tableau 1 : Taux de multiplication annuels naturels $\hat{\lambda}^*$ pour les différents groupes d'animaux (erreurs standards entre parenthèses) (t-test sur données appariées pour $H_0 : \text{Différence} = 0$, **: $P < 0.01$, *: $P < 0.05$) (? : calcul non encore effectué).

	Année 1	Année 2
CC	1.41 (?)	1.32 (?)
CD	1.64 (?)	1.49 (?)
<i>Différence</i>	?	?
VC	1.22 (?)	1.30 (?)
VD	1.54 (?)	1.47 (?)
<i>Différence</i>	?	?

1.3.2 Données non structurées par classe d'âge

Si les données démographiques ne sont pas disponibles par classe d'âge et sont agrégées à l'échelle de l'année, la productivité ne peut être mesurée d'après les résultats d'un modèle démographique matriciel. Plusieurs auteurs ont proposé des indices globaux basés sur le nombre d'animaux exploités et importés au cours de l'année à l'échelle d'une population ou d'un troupeau ([11],[14],[2]). Nous reprenons ici l'indice de productivité numérique présenté par Bosman & al ([2]) et défini par :

$$P_{num} = \frac{C_{NI} + E_X - I_N}{\bar{n}}$$

avec C_{NI} la variation nette d'effectif ("change in net inventory") :

$$C_{NI} = n(t+1) - n(t)$$

, E_X et I_M respectivement les nombres totaux d'animaux exploités (abattages + exportations d'animaux vivants) et importés dans l'année, et \bar{n} la taille moyenne de la population (ou du troupeau).

Pour estimer l'indice P_{num} et la variance $Var[\hat{P}_{num}]$ dans les différents groupes de troupeaux étudiés dans l'article, nous avons utilisé la méthode de ré-échantillonnage "bootstrap". Pour un groupe de n troupeaux, chaque échantillon bootstrap a été constitué par tirage aléatoire avec remise de n troupeaux parmi les n troupeaux initiaux. Les estimateurs \hat{P}_{num} et $\widehat{Var}[\hat{P}_{num}]$ ont été calculés d'après 500 échantillons bootstrap (*Tableau 2*). Les résultats des ratios de productivité entre groupes sont apparus très proches de ceux obtenus d'après l'indice de productivité V_N calculé en situation d'équilibre ($\lambda_{obj} = 1$), sauf pour la comparaison VD / VC en année 1 (1.22 vs 1.27, 1.65 vs 1.90, 1.25 vs 1.25, 1.35 vs 1.34)

Tableau 2 : Indices de productivité numérique P_{num} pour les différents groupes de troupeaux (erreurs standard entre parenthèses).

	Année 1	Année 2
CC	0.55 (0.09)	0.36 (0.05)
CD	0.70 (0.05)	0.45 (0.05)
<i>Ratio</i>	<i>1.27</i>	<i>1.25</i>
VC	0.32 (0.06)	0.39 (0.12)
VD	0.60 (0.07)	0.52 (0.05)
<i>Ratio</i>	<i>1.90</i>	<i>1.34</i>

2 Estimation des paramètres démographiques : détail des résultats cités dans l'article

2.1 Mortalité naturelle

Pour les femelles, les classes d'âge les plus jeunes ont présenté les mortalités les plus fortes. Les termes d'interaction incluant le facteur âge n'ont pas été retenus dans le modèle statistique sélectionné ($année + bimestre + âge + vacc + verm + année*vacc + année*verm$). Les profils saisonniers des probabilités de mortalité estimées ont mis en évidence un effet important de la saison (ils sont identiques quelque soit l'âge considéré car l'âge intervient de manière additive dans le modèle) (*Fig. 1*). En années 1 et 2, le pic le plus important est survenu en début de saison sèche chaude (mars-avril), période où les pathologies respiratoires sont les plus intenses. Le second pic, moins important, se situait en milieu de saison des pluies (septembre-octobre) qui correspond à la période de parasitisme actif. Nous avons remarqué que la période de soudure (mai-juin) n'avait pas été la période de mortalité maximale lors des 2 années étudiées. Ceci est cohérent avec le caractère peu limitant du facteur alimentation pour les animaux vivant dans la zone de Kolda.

L'effet de la vermifugation est apparu très nettement (et de manière légèrement plus forte en année 1), avec un amortissement des pics de mortalité pour les groupes vermifugés. Les plus grands écarts de mortalité entre les groupes

vermifugés et non vermifugés ont été observés en mars-avril. Ceci pourrait provenir d'une meilleure résistance des animaux vermifugés aux pathologies intercurrentes (peste de petits ruminants et autres pathologies respiratoires), phénomène classique quand plusieurs facteurs de risque induisent la mortalité ([8]).

Pour les groupes de troupeaux CC, CD et VD, les variations de mortalité entre les années 1 et 2 n'ont pas présenté de tendance forte. Ceci peut être lié à des conditions climatiques semblables (en particulier pour la pluviométrie) pour les 2 années étudiées. Par contre, un fait marquant a été la très forte mortalité observée en année 1 pour le groupe VC, indiquant un effet "negatif" de la vaccination (la mortalité annuelle atteint 44% entre 0 et 1 an). Nous avons attribué cette mortalité à un accident pathologique (pathologie respiratoire) ayant touché plusieurs des troupeaux présents dans 3 villages du groupe VC. Cet accident a eu une grande influence dans les effets *année*, *année*verm* et *année*vacc* du modèle statistique. En ce qui concerne la comparaison entre les groupes CD et VD, aucun effet positif de la vaccination n'a pu être mis en évidence.

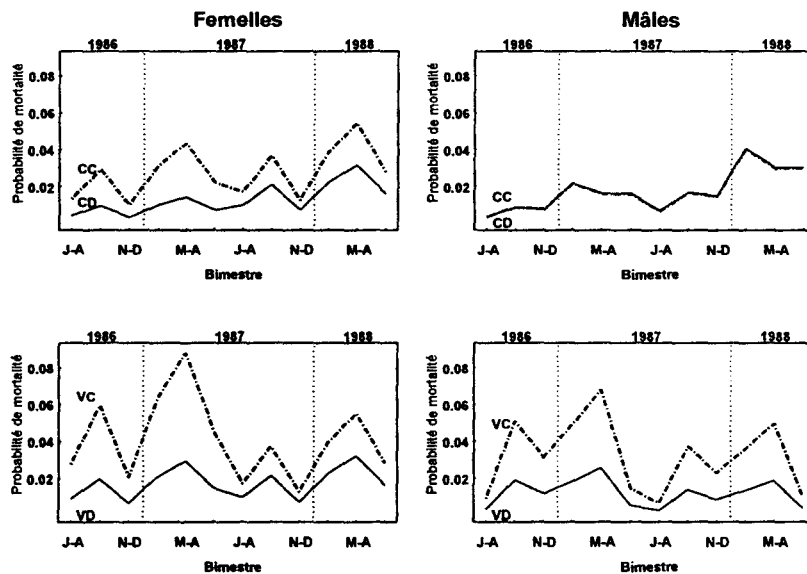


Fig. 1 : Probabilités de mortalité naturelle par quinzaine estimées pour la classe d'âge 0-3 mois et pour les différents groupes de troupeaux (--- : troupeaux non vermifugés, ___ : troupeaux vermifugés).

Bien que les mâles vaccinés aient présenté les mêmes tendances que les femelles, avec un net effet positif de la vermifugation (Tableau 3), le modèle statistique retenu pour les mâles est différent de celui des femelles (*année* +

$bimestre + \text{âge} + vacc + verm + \text{année} * vacc + bimestre * vacc + \text{âge} * verm + vacc * verm$) En effet, les mâles non vaccinés ont présenté un profil saisonnier de mortalité étonnant puisque l'effet vermifugation est apparu nul pour la classe d'âge 0-3 mois et faible pour les classes d'âge 3-6 mois et 6-12 mois. les origines de ce profil, responsable des interactions $\text{âge} * verm$ et $vacc * verm$, n'ont pu être expliquées.

Tableau 3 : Probabilités de mortalité naturelle annuelle estimées (méthode de Kaplan-Meier) pour les différents groupes de troupeaux et classes d'âge (erreurs standards entre parenthèses).

	Groupe			
	CC	CD	VC	VD
Femelles				
0-1 an	0.24 (?)	0.17 (?)	0.44 (?)	0.15 (?)
1-2 ans	0.17 (?)	0.03 (?)	0.11 (?)	0.03 (?)
2-3 ans	0.05 (?)	0.04 (?)	0.12 (?)	0.08 (?)
3-4 ans	0.04 (?)	0.00 (?)	0.06 (?)	0.08 (?)
4-5 ans	0.07 (?)	0.00 (?)	0.00 (?)	0.00 (?)
5 ans ⁺	0.10 (?)	0.06 (?)	0.08 (?)	0.07 (?)
Mâles				
0-1 an	0.33 (?)	0.29 (?)	0.47 (?)	0.19 (?)

2.2 Fertilité

La fertilité a présenté de fortes variations saisonnières, avec un premier pic en septembre-décembre et un second pic en mars-avril. Aucun effet de la vaccination n'a été observé sur la fertilité (modèle retenu : $\text{année} + bimestre + \text{âge} + verm + bimestre * \text{âge} + \text{âge} * verm$). Le terme *année* présent dans le modèle statistique a été généré par une fertilité moyenne légèrement plus faible en année 2. Les termes d'interaction $bimestre * \text{âge}$ et $\text{âge} * vermifugation$ ont été générés par des profils de fertilité différents entre la classe d'âge 9-12 mois (âges correspondant aux premières mises bas) et les classes d'âge supérieures (*Fig. 2*). Pour la classe d'âge 9-12 mois, les groupes vermifugés ont présenté une fertilité nettement supérieure à celle des groupes non vermifugés pour l'ensemble des saisons. La probabilité de mise bas par quinzaine (moyenne sur l'année) étaient ainsi près de 3 fois plus élevée. Par contre, l'effet de la vermifugation dans les classes d'âge supérieures est apparu très faible (malgré des probabilités par quinzaine toujours plus élevées pour les animaux vermifugés). Les résultats obtenus sont globalement en accord avec ceux de Tillard ([13]) : (1) une entrée en reproduction plus rapide et (2) un intervalle entre mises bas plus faible généré par l'augmentation de la proportion de femelles effectuant 2 mises bas par an (dans notre étude, ce second résultat est apparu de faible intensité).

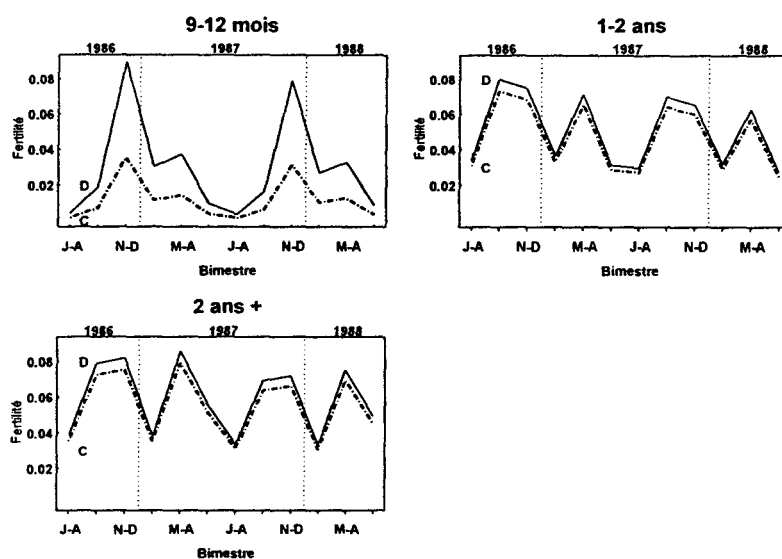


Fig. 2 : Fertilité par quinzaine pour les classes d'âge 9-12 mois et 1-2 ans pour les différents groupes de troupeaux (.... : troupeaux non vermifugés, --- : troupeaux vermifugés).

2.3 Prolificté

A la différence des autres paramètres démographiques, la prolificté n'a pas montré d'effets saisonnier et annuels significatifs (modèle retenu : *âge + vacc + verm*). Les groupes de troupeaux vermifugés ont présenté une prolificté supérieure à celle des groupes non vermifugés (*Tableau 4*). L'augmentation classique de la prolificté avec l'âge des femelles a généré le terme *âge*. Les animaux vaccinés ont présenté une prolificté plus faible que celle des animaux non vaccinés (ce qui a généré le terme *vacc*).

Tableau 4 : Prolificté pour les différents groupes de troupeaux et classes d'âge (erreurs standards entre parenthèses).

	Groupe			
	CC	CD	VC	VD
1-2 ans	1.03 (0.010)	1.07 (0.017)	1.02 (0.007)	1.04 (0.012)
2 ans ⁺	1.20 (0.030)	1.35 (0.030)	1.14 (0.024)	1.26 (0.031)

3 Données groupées et interférences entre risques compétitifs

3.1 Introduction

Nous présentons ici quelques réflexions sur notre démarche d'estimation des paramètres démographiques naturels, et plus spécifiquement de la mortalité naturelle. En milieu réel (milieu "éleveur"), l'estimation du niveau de mortalité naturelle touchant les animaux peut être perturbée par plusieurs autres phénomènes de disparition, dont l'exploitation des animaux par les éleveurs, les disparitions de type "perdu de vue" ou les arrêts volontaires de suivi. Tous ces phénomènes sont "compétitifs" à la mortalité naturelle. Nous les regrouperons ici sous le terme général de "censures".

Considérons une période de temps (ou de manière équivalente une classe d'âge exact) $[0, 1]$ quelconque. Nous supposons que les événements de mort et de censure sont indépendants. Cette hypothèse nous permet de confondre le risque instantané d'un événement donné qu'il soit calculé en présence ou en absence de l'autre risque ([4]). Si nous notons $h_m(t)$ et $h_c(t)$ les risques instantanés de mortalité naturelle et de censure au temps t , alors nous pouvons définir les probabilités suivantes :

$$\begin{aligned}\pi^{(m)} &= 1 - \exp\left(-\int_0^1 h_m(u) du\right) \\ \pi_m &= \int_0^1 h_m(t) \exp\left(-\int_0^t h_+(u) du\right) dt\end{aligned}$$

avec $h_+(t) = h_m(t) + h_c(t)$ le risque instantané total au temps t . Les formules équivalentes pour $\pi^{(c)}$ et π_c sont obtenues en remplaçant l'indice m par c . La probabilité $\pi^{(m)}$ représente la probabilité de mort pour un animal (présent en début de période) qui existerait s'il n'y avait pas de phénomène de censure. Cette probabilité constitue l'un des éléments qui caractérisent le potentiel zootechnique de la population et est directement interprétable. La probabilité π_m quant à elle s'interprète comme la probabilité de mort en présence du phénomène de censure. Nous voyons que π_m dépend du risque total et de la force relative des 2 risques compétitifs $h_m(t)$ et $h_c(t)$.

La probabilité de survie s d'un animal durant la période peut être définie en considérant la loi multinomiale d'effectif n (nombre d'animaux présents en début de période) et de paramètres (π_m, π_c, s) :

$$s = 1 - \pi_m - \pi_c$$

Sous l'hypothèse d'indépendance, la survie s peut également être calculée par :

$$s = (1 - \pi^{(m)}) (1 - \pi^{(c)}) = 1 - \pi^{(m)} - \pi^{(c)} + \pi^{(m)}\pi^{(c)}$$

Nous remarquons que si $\pi^{(m)}$ et $\pi^{(c)}$ sont suffisamment petites, le terme $\pi^{(m)}\pi^{(c)}$ devient négligeable et nous retrouvons une forme additive (approximative) pour s :

$$s \simeq 1 - \pi^{(m)} - \pi^{(c)}$$

De manière intuitive, nous voyons que pour un risque global faible, les probabilités $\pi^{(m)}$ et $\pi^{(c)}$ peuvent être approchées de manière convenable par π_m et π_c .

3.2 Estimation des probabilités π_m : Le modèle de survie sur données groupées

Nous avons regroupé les données de survie des animaux par intervalle de temps. Pour un intervalle donné, nous avons dénombré le nombre d'animaux présents en début d'intervalle, le nombre de morts, le nombre de censures et le nombre net d'animaux immigrants durant l'intervalle (seuls les immigrants présents en fin d'intervalle sont considérés). Nous avons supposé que les animaux censurés survivaient au moins jusqu'à la fin de l'intervalle. Sous cette hypothèse, le nombre d'animaux à risque pour l'intervalle se définit comme le nombre d'animaux présents en début d'intervalle. Les données se présentent alors sous la forme de triplets $\{(n_i, d_i, c_i)\}$, l'indice i représentant ici une combinaison du facteur âge et des autres facteurs considérés dans l'expérimentation.

Nous avons utilisé la vraisemblance partielle proposée par Cox ([3]) pour l'estimation des mortalités $\pi_{m,i}$. Dans cette approche, les événements de censures sont supposés apporter peu d'information sur $\pi_{m,i}$ et la part de la vraisemblance liée aux censures n'est pas considérée. Le modèle revient alors à supposer que le nombre de morts est généré par une chaîne de lois binomiales indépendantes de paramètres n_i et $\pi_{m,i}$.

Les mortalités ont été estimées en maximisant la vraisemblance des couples d'observations $\{(n_i, d_i)\}$ relativement à un modèle linéaire généralisé utilisant la fonction de lien log-log complémentaire ([10]) :

$$\log(-\log(1 - \pi_{m,i})) = x_i' \beta$$

Les estimations sont équivalentes à celles issues du modèle (non-paramétrique) de survie sur données groupées proposé par Prentice & Gloeckner ([6]) et Kalbfleish & Prentice ([12]) (voir aussi [1]). Si le facteur âge n'intervient pas dans les termes d'interaction du vecteur β , le rapport des risques de mortalité entre les différents groupes d'animaux ne varie pas avec l'âge et le modèle est dit "à risques proportionnels (proportional hazard model)".

En remarque, nous signalons l'existence d'autres approches utilisant les modèles linéaires généralisés (et plus spécifiquement les modèles log-linéaires) pour estimer les risques compétitifs instantanés h_m et h_c ([5], [7],[9]).

3.3 Validation de l'approche sur données réelles

Nous donnons quelques éléments quantitatifs justifiant l'approximation $\pi^{(m)} \simeq \pi_m$ dans le cas où la période $[0, 1]$ précédente correspond à une quinzaine de l'année. Nous avons considéré que cette période était suffisamment courte pour accepter l'hypothèse de constance des risques de mortalité et de censure. Les équations précédentes pour $\pi^{(m)}$ et π_m nous donnent alors :

$$\begin{aligned}\pi^{(m)} &= 1 - \exp(-h_m) \\ \pi_m &= \frac{h_m}{h_+} [1 - \exp(-h_+)]\end{aligned}$$

Pour simplifier les calculs, nous avons supposé en outre que les risques de mortalité et de censure étaient constants sur l'année. Nous pouvons alors définir 2 mesures de mortalité naturelle annuelle :

$$\begin{aligned}P_{an}(m) &= \left(1 - \pi^{(m)}\right)^{24} \\ P_{an}^*(m) &= (1 - \pi_m)^{24}\end{aligned}$$

La probabilité $P_{an}(m)$ représente la mortalité naturelle annuelle théorique, alors que la probabilité $P_{an}^*(m)$ représente l'approximation de $P_{an}(m)$ en remplaçant $\pi^{(m)}$ par π_m .

Nous avons fixé une valeur pour le risque h_m , puis nous avons calculé les ensembles $\{\pi_m, \pi_c, P_{an}^*(m)\}$ correspondant à différentes valeurs du risque h_c (Tableau 5). Lorsque $h_c = 0$, nous avons bien-sûr $P_{an}^*(m) = P_{an}(m)$. Nous nous intéressons à l'écart entre $P_{an}^*(m)$ et $P_{an}(m)$ pour les autres valeurs de h_c . Notons que les valeurs du risque h_m (0.0021, 0.0044, 0.009 et 0.0147) ont été choisies pour obtenir les valeurs de mortalité naturelle annuelle de 5, 10, 20 et 30%.

Tableau 5 : Variation des probabilités π_m, π_c et $P_{an}^*(m)$ en fonction du risque h_c (pour h_m fixé).

$h_m = 0.0021$				$h_m = 0.0044$			
h_c	π_c	π_m	$P_{an}^*(m)$	h_c	π_c	π_m	$P_{an}^*(m)$
0.00	0.0000	0.0021	0.0500	0.00	0.0000	0.0021	0.1000
0.05	0.0487	0.0021	0.0488	0.05	0.0487	0.0043	0.0977
0.11	0.1041	0.0020	0.0474	0.11	0.1039	0.0041	0.0949
0.23	0.2053	0.0019	0.0447	0.23	0.2050	0.0039	0.0898
0.36	0.3020	0.0018	0.0422	0.36	0.3017	0.0037	0.0847
0.51	0.3991	0.0017	0.0398	0.51	0.3987	0.0034	0.0792

$h_m = 0.0093$				$h_m = 0.0147$			
h_c	π_c	π_m	$P_{an}^*(m)$	h_c	π_c	π_m	$P_{an}^*(m)$
0.00	0.0000	0.0093	0.2000	0.00	0.0000	0.0148	0.3000
0.05	0.0485	0.0090	0.1956	0.05	0.0484	0.0144	0.2938
0.11	0.1037	0.0088	0.1904	0.11	0.1034	0.0140	0.2865
0.23	0.2045	0.0083	0.1807	0.23	0.2040	0.0132	0.2727
0.36	0.3010	0.0078	0.1708	0.36	0.3002	0.0124	0.2587
0.51	0.3978	0.0073	0.0792	0.51	0.3968	0.0116	0.2435

Reprenons les données traitées dans l'article. Les probabilités moyennes empiriques (i.e. observées) de mortalité et de censure par quinzaine pour les différents groupes de troupeaux et pour les âges 0-1 an et 1 an⁺ sont présentées au *Tableau 6*. Les valeurs maximales des probabilités de censure sont de 0.0222 pour les femelles et de 0.0314 pour les mâles 0-1 an (pour les mâles, les âges supérieurs à 1 an n'ont pas été retenus pour l'estimation de la mortalité naturelle). D'après le *Tableau 5*, il apparaît clairement dans notre cas que le biais sur l'estimation de la mortalité naturelle annuelle introduit par les événements de censure peut être raisonnablement négligé.

Tableau 6 : Probabilités empiriques (par quinzaine) de mortalité et de censure pour les différents groupes de troupeaux et âges (pour les mâles, la classe 1 an⁺ correspond à la classe d'âge 1-2 ans) (CC : non vaccinés - non vermifugés, CD : non vaccinés - vermifugés, VC : vaccinés - non vermifugés, VD : vaccinés - vermifugés).

Groupe		Femelles		Mâles	
		p_m	p_c	p_m	p_c
CC	0-1 an	0.0120	0.0139	0.0170	0.0247
	1 an ⁺	0.0049	0.0173	0.0050	0.0734
CD	0-1 an	0.0084	0.0156	0.0146	0.0316
	1 an ⁺	0.0013	0.0188	0.0042	0.0934
VC	0-1 an	0.0254	0.0193	0.0249	0.0314
	1 an ⁺	0.0040	0.0221	0.0034	0.1168
VD	0-1 an	0.0069	0.0140	0.0093	0.0293
	1 an ⁺	0.0026	0.0222	0.0000	0.0732

Les données originales considérées dans l'articles sont agrégées par année-

bimestre-quinzaine-sexe-âge. Les distributions des probabilités empiriques de mortalité et de censure calculées d'après ces données originales sont présentées en *Fig. 3* sous forme de box plots par classe d'âge. Pour les femelles, le quartile $Q_{0.75}$ des probabilités de censure est inférieur à 0.04 sauf pour la classe d'âge 6 ans⁺ ($Q_{0.75} = 0.057$). Seulement 2 observations sur 288 ont une probabilité empirique supérieure ou égale à 0.10. Pour les mâles 0-6 mois, les quartiles $Q_{0.75}$ des probabilités de censure sont du même ordre de grandeur que ceux des femelles. Ils sont par contre plus élevés pour la classe d'âge 6-12 mois et 1-2 ans (0.080 et 0.113). Pour les âges 0-1 an, 7 observations sur 144 ont présenté une probabilité empirique de censure supérieure ou égale à 0.10. Ces observations correspondaient toutes au bimestre juillet-août, période de Tabaski pour les années considérées, et 6 sur 7 correspondaient à la classe d'âge 6-12 mois. Nous pouvons en déduire que la forte exploitation des mâles 6-12 mois lors de cette période a pu générer une légère sous-estimation de la mortalité naturelle à cette période pour les mâles de cette classe d'âge (même si, ramené à une échelle annuelle, le biais devient négligeable). Nous avons cependant observé que les probabilités de censure extrêmes étaient réparties de manière (approximativement) équilibrée dans les différents groupes de troupeaux. Nous pensons donc que ce biais a eu très peu d'influence sur nos conclusions globales.

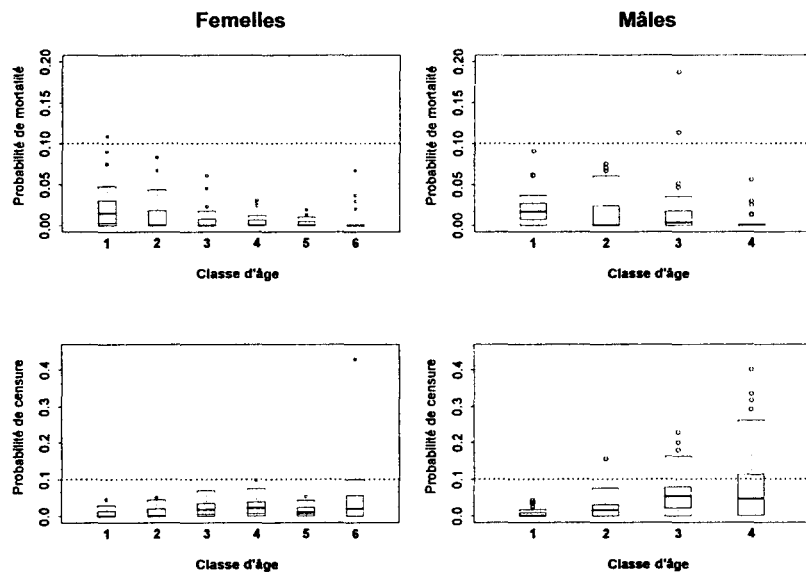


Fig. 3 : Box-plots des probabilités empiriques de mortalité et de censure par quinzaine pour les différentes classes d'âge (1 : 0-3 mois, 2 : 3-6 mois, 3 : 6-12 mois, 4 : 1-2 ans, 5 : 2-6 ans, 6 : 6ans⁺) (la classe d'âge 4 pour les mâles correspond aux âges 1-2 ans et n'a pas été prise en compte dans l'estimation de la mortalité naturelle).

References

- [1] N. R. Bartlett. A survival model for a wood preservative trial. *Biometrics*, 34:673–679, 1978.
- [2] H. G. Bosman, H. A. J. Moll, and H. M. J. Udo. Measuring and interpreting the benefits of goat keeping in tropical farm systems. *Agric. Syst.*, 53:349–372, 1997.
- [3] D. R. Cox. Partial likelihood. *Biometrika*, 62:269–276, 1975.
- [4] D. R. Cox and D. Oakes. *Analysis of survival data*. Chapman Hall, New York, 1984.
- [5] T. R. Holford. The analysis of rates and of survivorship using log-linear models. *Biometrics*, 36:299–305, 1980.
- [6] J. D. Kalbfleish and R. L. Prentice. *The statistical analysis of failure time data*. John Wiley Sons, New York, 1980.
- [7] N. Laird and D. Olivier. Covariance analysis of censored survival data using log-linear analysis techniques. *J.A.S.A*, 76(374):231–240, 1981.
- [8] R. Lancelot, M. Imadine, Y. Mopate, and B. Faye. L'enquête éco-pathologique sur les pneumopathies des chèvres en saison sèche froide au tchad : aspects méthodologiques. *Revue Elev. Méd. vét. Pays trop.*, 46(3):485–494, 1993.
- [9] M. G. Larson. Covariate analysis of competing risks data with log-linear models. *Biometrics*, 40:459–469, 1984.
- [10] P. McCullagh and R. W. M. Nelder. *Generalized linear models*. Chapman Hall, New York, 1989.
- [11] C. P. Peacock. Measures for assessing the productivity of sheep and goats. *Agric. Syst.*, 23:197–210, 1987.
- [12] R. L. Prentice and L. A. Gloeckler. Regression analysis of grouped survival data with application to breast cancer data. *Biometrics*, 34:57–67, 1978.
- [13] E. Tillard. *Evaluation technico-économique des effets de prophylaxies en milieu villageois chez les petits ruminants de la région de Kolda*. Thèse Doct. Vétérinaire, Faculté de Médecine de Créteil, France, 1991.
- [14] M. Upton. Models of improved production systems for small ruminants. In J. E. Sumberg and K. Cassaday, editors, *Sheep and goats in humid west Africa*, Addis Ababa, Ethiopia, January 1985. ILCA.